

# Математика

Настоящая программа состоит из трех разделов. В первом разделе устный экзамен. Второй раздел представляет собой перечень вопросов теоретической части устного экзамена. При подготовке к письменному экзамену целесообразно познакомиться с формулировками утверждений из этого раздела. В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на письменном и устном экзаменах. Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающим, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать. В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

## ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ Арифметика, алгебра и начала анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной  $y = ax^2 + bx + c$ , степенной  $y = ax^n$  ( $n \in N$ ),  $y = k/x$ , показательной  $y = a^x$ ,  $a > 0$ , логарифмической, тригонометрических функций ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ), арифметического корня  $y = \sqrt{x}$

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах. Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n-го члена и суммы первых n-членов арифметической прогрессии. Формула n-го члена и суммы первых n-членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

Преобразование в произведение сумм  $\sin \alpha \pm \sin \beta$ ;  $\cos \alpha \pm \cos \beta$ .

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные функций

$y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \operatorname{tg} x$ ;  $y = a^x$ ;  $y = x^n$  ( $n \in Z$ );  $y = \ln x$ .

## Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства. Векторы. Операции над векторами. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности.

Сектор. Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции. Длина окружности и длина дуги окружности.

Радийанная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей. Многогранники. Их вершины, грани, диагонали.

Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формулы площади поверхности и объема призмы. Формулы площади поверхности и объема пирамиды. Формулы площади поверхности и объема цилиндра. Формулы площади поверхности и объема конуса.

Формула объема шара. Формула площади сферы.

## Основные формулы и теоремы

### Алгебра и начала анализа

Свойства функции  $y = kx + b$  и ее график. Свойства функции  $y = k/x$  и ее график. Свойства функции  $y = ax^2 + bx + c$  и ее график. Формула корней квадратного уравнения. Свойства корней квадратного трехчлена. Свойства числовых неравенств. Логарифм произведения, степени, частного. Определение и свойства функций  $y = \sin x$  и  $y = \cos x$  и их графики. Определение и свойства функций  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$  и их графики. Решение уравнений вида  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ . Формулы приведения. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Тригонометрические функции двойного аргумента. Производная суммы двух функций. **Геометрия**  
Свойства равнобедренного треугольника. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка. Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника. Признаки параллелограмма, его свойства.

Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Касательная к окружности и ее свойства. Величина угла, вписанного в окружность. Признаки подобия треугольника. Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции, Формула расстояния между двумя точками плоскости.

Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикулярность двух плоскостей. Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах. **Основные умения и навыки**

Экзаменуемый должен уметь: производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач. Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число) и пользоваться свойствами этих операций. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.